BTS Informatique et Réseaux pour l'Industrie et les Services Techniques.

Session 2004.

Exercice: carte d'acquisition d'un signal.

1. Caractéristiques de la carte.

1. La fréquence maximale des conversions est $f_H = \frac{1}{T_H} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{100\ kHz}$
2. La fréquence maximale d'échantillonnage de la carte est alors $f_E = \frac{f_H}{4} = \mathbf{25\ kHz}$
3. La fréquence maximale théorique des signaux analogiques sinusoïdaux pouvant être traités par la carte est donnée par le **théorème de Shannon** qui stipule qu'il faut au moins deux échantillons par période du signal, c'est à dire que la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois supérieure à la fréquence du signal à échantillonner:
   $$f_{max} = \frac{f_E}{2} = \mathbf{12{,}5\ kHz}$$

Il faut cependant prendre en compte le filtre anti-repliement, et donc la fréquence maximale que l'on peut traiter est $f_{max} = \mathbf{1\ kHz}$

4. C'est le **filtre anti-repliement** qui permet de supprimer les composantes de haute fréquence qui peuvent « parasiter » la conversion.
5. La résolution r du convertisseur est ici l'écart minimal entre deux valeurs distinctes que peut mesurer le convertisseur. C'est aussi le « quantum » de conversion, donc nous avons la valeur maximale sur le nombre d'états: $r = \frac{10{,}24}{2^{10}} = \mathbf{10\ mV}$

2. Étude de l'acquisition:

1. Nous avons un coefficient d'amplification de 1 pour les voies A et B, un coefficient de 4 pour la voie C et un coefficient de 2 pour la voie D. Ces coefficients permettent d'obtenir la plus grande valeur possible compatible avec l'entrée du convertisseur:
   Voir le **document-réponse n°1**.

2. Pour compléter la dernière ligne du document, il faut prendre en compte l'amplification qui permet d'accroître la résolution de l'ensemble.

Entrée voie	A	B	C	D
Plage de tension en entrée	0-9 V	0-10 V	0-2 V	0-3 V
Pleine échelle du CAN: 0-10 V				
Amplification programmée	**1**	**1**	**4**	**2**
Résolution du CAN seul: r = **10 mV**				
Résolution obtenue pour la voie de la carte d'acquisition (en mV)	**10**	**10**	**2,5**	**5**

Problème: robot de manutention.

A. Moteur à courant continu.

1. Moteur en régime permanent.

1. Le moment du couple utile est $C_U=\dfrac{P_U}{\Omega_U}=\dfrac{P_U}{2\cdot\pi\cdot\dfrac{n}{60}}=\dfrac{115}{2\cdot\pi\cdot\dfrac{1000}{60}}\simeq\mathbf{1{,}1\quad N.m}$
2. La puissance absorbée par le moteur est $P_A=U\cdot I=27{,}0\times 5{,}10=\mathbf{138\quad W}$
3. Le rendement du moteur est donc $\eta=\dfrac{P_U}{P_A}=\dfrac{115}{138}\simeq\mathbf{83{,}5\quad\%}$

2. Moteur en régime transitoire.

1. Cette transmittance modélise un système du 1° ordre (la puissance de p au dénominateur est 1).
   Ce système peut être modélisé avec deux paramètres: la transmittance statique et la constante de temps, et nous avons la forme normalisée $M(p)=\dfrac{M_0}{1+\tau\cdot p}=\dfrac{\dfrac{120}{\pi}}{1+0{,}05\cdot p}$
   Par identification, nous trouvons:
   - Transmittance statique: $\boldsymbol{M_0=\dfrac{120}{\pi}}\,(V^{-1}\cdot min^{-1})$
   - Constante de temps: $\boldsymbol{\tau=0{,}05\quad s}$
2. La multiplication par p correspond à une dérivation par rapport au temps, donc nous avons:
   $(1+\tau\cdot p)\cdot N(p)=M_0\cdot U(p)$ soit $N(p)+\tau\cdot p\cdot N(p)=M_0\cdot U(p)$
   L'équation différentielle est alors $\boldsymbol{n(t)+\tau_m\cdot\dfrac{dn}{dt}=M_0\cdot u(t)}$
   La constante de temps du moteur est donc $\boldsymbol{\tau=\tau_m=0{,}05\quad s}$

B. Asservissement de position.

1. Transmittance en boucle fermée.

La transmittance isomorphe en boucle fermée est le rapport de la sortie sur la consigne, donc ici nous avons $\boldsymbol{H_{BF}(p)=\dfrac{X(p)}{X_c(p)}}$

Nous avons ici $X(p)=T(p)\cdot E(p)$ et $E(p)=X_c(p)-X(p)$
d'où $X(p)=T(p)\cdot X_c(p)-T(p)\cdot X(p)$

soit $(1+T(p))\cdot X(p)=T(p)\cdot X_c(p)$ et donc $X(p)=\dfrac{T(p)}{1+T(p)}\cdot X_c(p)$

Nous avons finalement $\boldsymbol{H_{BF}(p)=\dfrac{T(p)}{1+T(p)}}$

2. Étude en boucle ouverte.

1. La transmittance complexe en boucle ouverte est $\underline{T}(j\cdot\omega)=\dfrac{5}{j\cdot\omega\cdot(1+j\cdot\omega\times 0{,}05)}$
2. Voir le **document -réponse n°2** en fin de sujet pour la construction.
   - Nous avons $\boldsymbol{\omega_N \simeq 5\, rad\cdot s^{-1}}$

   La phase est (lecture graphique): $\varphi(\omega_N)\simeq \mathbf{-104\,°}$

   La marge de phase est $\boldsymbol{M_\varphi = 76\,°}$

   - Le système en boucle fermée est suffisamment stable car la **marge de phase est supérieure à 45 °**, valeur généralement considérée comme suffisante.

3. Étude avec un correcteur analogique:
4. La nouvelle transmittance ne boucle ouverte est $\boldsymbol{T'(p)=A\cdot T(p)}$

   La nouvelle expression de la transmittance isochrone est alors $\boldsymbol{\underline{T}'(j\cdot\omega)=A\cdot\underline{T}(j\cdot\omega)}$

   Le nouveau gain en boucle ouverte est alors:

   $G'(\omega)=20\cdot\log\left|A\cdot\underline{T}(j\cdot\omega)\right|=20\cdot\log A+20\cdot\log\left|\underline{T}(j\cdot\omega)\right|$

   donc $\boldsymbol{G'(\omega)=G(\omega)+20\cdot\log A}$

   Application numérique: $G'(\omega)=G(\omega)+12\ \ dB$

   - Pour le déphasage, nous avons $\varphi'(\omega)=Arg\left(\underline{T}'(j\cdot\omega)\right)=Arg\,A+Arg\left(\underline{T}(j\cdot\omega)\right)$

   donc $\boldsymbol{\varphi'(\omega)=\varphi(\omega)}$ car $Arg\,A=0$ (A est un réel positif).

   - Le nouveau diagramme de Bode du gain se trouve sur le document-réponse n°2 en fin de corrigé.

   La nouvelle marge de phase est alors (lecture graphique): $\boldsymbol{M'_\varphi \simeq 50\ °}$

   - L'amplification a fait baisser la marge de phase du système. Nous restons encore dans les conditions décrites précédemment, mais le degré de stabilité a baissé.

   - Le fait d'augmenter l'amplification permet cependant d'**augmenter la rapidité du système**.

3. Étude en boucle fermée.

1. Les deux caractéristiques permettant d'affirmer que le système est d'ordre 2 ou plus sont:
   - La tangente à l'origine est nulle,
   - Il y a dépassement de la valeur finale (ce qui n'est pas toujours le cas pour les ordres 2 ou plus, mais c'est le cas ici).

2. Étude à partir du graphique:
   - L'asservissement est précis car la sortie est égale à 1, c'est-à-dire qu'elle est égale à l'entrée (échelon unitaire) au bout d'un temps très long.

   - La transmittance statique K est le rapport de la sortie sur l'entrée au bout d'un temps très long, donc nous avons $\boldsymbol{K=1}$

Pour le démontrer, nous pouvons utiliser le théorème de la valeur finale:

L'entrée est un échelon unitaire, donc $X_c(p)=\frac{1}{p}$.

La sortie est donc égale à $X(p)=H(p)\cdot X_c(p)=\dfrac{K}{p\cdot\left(1+2\cdot m\cdot\frac{p}{\omega_0}+\frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$

Au bout d'un temps très long, nous avons $x_\infty=\lim_{t\to 0} x_c(t)=\lim_{p\to 0} p\cdot X(p)=K$

Par lecture graphique, nous avons $x_\infty=1$ donc $\boldsymbol{K=1}$

- Le temps de réponse à 5 % est le temps mis par le système pour rester dans une « fourchette » de 5 % autour de la valeur finale, donc ici entre 0,95 et 1,05.

Nous trouvons donc $\boldsymbol{t_r=0{,}26\ s}$ (Voir document-réponse en fin de sujet).

La valeur finale atteinte est $X_{max}\simeq\boldsymbol{1{,}165\ dm}$

Le dépassement relatif est donc $D=\frac{X_{max}-x_\infty}{x_\infty}=\frac{1{,}165-1{,}0}{1{,}0}=\boldsymbol{16{,}5\ \%}$

- Par lecture graphique sur la figure 2, nous trouvons $\boldsymbol{m\simeq 0{,}5}$

4. Étude d'un correcteur analogique.

1. Nous avons une rétroaction sur l'amplificateur opérationnel (liaison par un élément linéaire entre la sortie et l'entrée inverseuse notée « - »), donc dans sa plage de non saturation, il peut fonctionner en régime linéaire.

2. Comme l'amplificateur est idéal, nous n'avons pas de courant dans l'entrée « - » et nous pouvons utiliser la relation du diviseur de tension: $V_-=\frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot u_2$

Comme l'amplificateur opérationnel est en régime linéaire, nous avons la même tension aux deux entrées, donc $V_-=V_+=u_1$.

Nous avons donc $u_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot u_2$ soit encore $\boldsymbol{u_2=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot u_1}$

Nous avons une **correction proportionnelle**.

Ce type de correction **augmente la précision et la rapidité**, mais **fait baisser la marge de phase**. C'est bien ce que nous avons vu dans la partie B-2.

5. Étude d'un correcteur numérique.

1. Nous avons le tableau des valeurs suivant:

n	***0***	***1***	***2***	***3***	***4***
s_n	**2**	**1,8**	**1,64**	**1,51**	**1,41**

2. Nous avons, en transformant l'algorithme, $S(z)=0{,}8\cdot z^{-1}\cdot S(z)+2\cdot E(z)-1{,}8\cdot z^{-1}\cdot E(z)$
Donc $\left(1-0{,}8\cdot z^{-1}\right)\cdot S(z)=\left(2-1{,}8\cdot z^{-1}\right)\cdot E(z)$
Nous avons donc $C(z)=\dfrac{S(z)}{E(z)}=\boldsymbol{\dfrac{2-1{,}8\cdot z^{-1}}{1-0{,}8\cdot z^{-1}}}$

3. Ce correcteur est un système récursif car l'échantillon de sortie fait appel aux échantillons de sortie antérieurs (s_{n-1})

4. Ce système est un système numérique stable car il converge.

5. Un système numérique peut facilement être modifié par reprogrammation, sans modifier les composants.

C. Alimentation de secours.

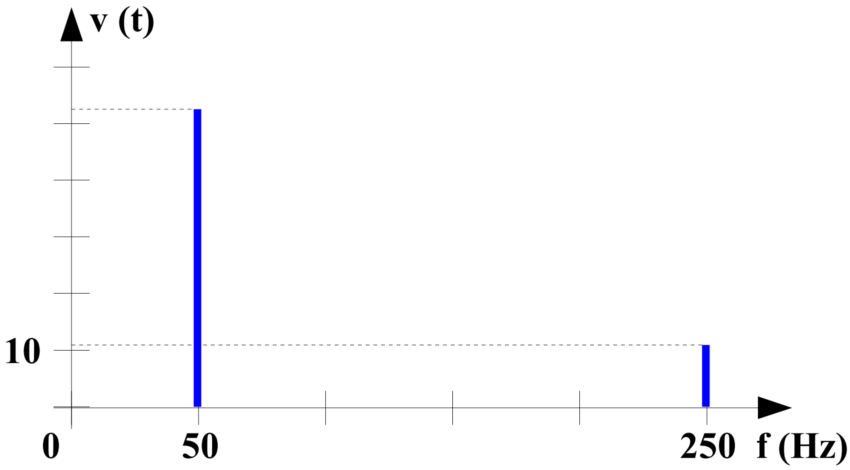
1. Tension de sortie de l'onduleur.

1. L'onduleur réalise une **conversion continu-alternatif**.

2. La **composante continue est nulle** (le signal est alternatif). La valeur moyenne est en effet nulle car la somme des aires des parties supérieure et inférieure est nulle.

3. Nous avons deux raies:
   - Le fondamental à la fréquence $f_0=\dfrac{1}{T}=\mathbf{50}\ \boldsymbol{Hz}$ d'amplitude $\hat{V}_1=52{,}9\ V$
   - L'harmonique 5 à la fréquence $5\cdot f_0=\mathbf{250}\ \boldsymbol{Hz}$ d'amplitude $\hat{V}_5=10{,}6\ V$

   Le spectre est donc:



4. La valeur efficace du fondamental est $V_{1\text{eff}}=\dfrac{\hat{V}_1}{\sqrt{2}}=\dfrac{52{,}9}{\sqrt{2}}\simeq\mathbf{37{,}4}\ \boldsymbol{V}$

5. L'aire de $v^2(t)$ sur une période est $2 \cdot t_0 \cdot E^2$

Le carré de la valeur efficace est alors $V_{eff}^2 = \frac{2 \cdot t_0 \cdot E^2}{T}$

La valeur efficace de la tension v(t) est donc $V_{eff} = \sqrt{\frac{2 \cdot t_0}{T}} \times E$

Application numérique: $V_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 48 \simeq \mathbf{39{,}2 \quad V}$

Nous avons la valeur efficace du fondamental qui est plus faible que la valeur efficace vraie, mais l'écart n'est pas très grand.

6. La valeur efficace vraie est définie par $V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} v^2(t) \cdot dt}$

Nous pouvons lire:

a) En position DC la valeur moyenne, donc ici $V_0 = 0 \quad V$

b) En position AC la valeur efficace de la partie alternative, donc ici $V_{eff} = 39{,}2 \quad V$

c) En position AC+DC la valeur efficace vraie, donc ici $V_{eff} = 39{,}2 \quad V$

2. Mise en forme de la tension de sortie de l'alimentation de secours.

1. Nous avons, par application de la relation au niveau d'un transformateur idéal, $\boldsymbol{v_s(t) = m \cdot v(t)}$

Nous avons donc $v_s(t) = \hat{V}_{s1} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) + \hat{V}_{s5} \cdot \cos\left(\frac{10 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)$

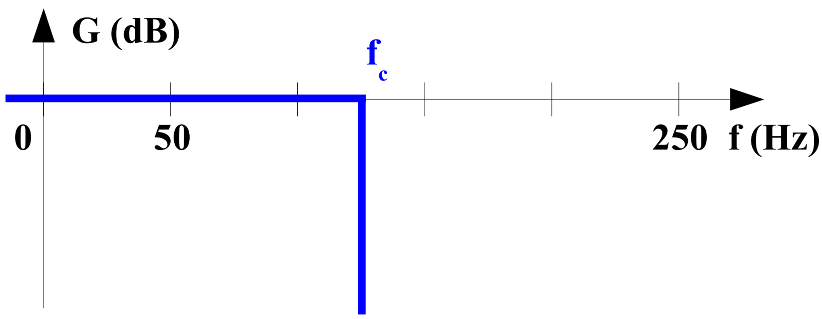
avec $\hat{V}_{s1} = m \cdot \hat{V}_1$ et $\hat{V}_{s5} = m \cdot \hat{V}_5$

La valeur efficace du fondamental est alors $V_{S1eff} = m \cdot V_{1eff} = 6{,}15 \times 39{,}2 \simeq \mathbf{240 \quad V}$

2. Nous devons éliminer l'harmonique 5 (à 250 Hz), et il n'y a pas de composante continue, donc il nous suffit d'utiliser un **filtre passe-bas**.

Son gabarit est dessiné ci-contre, et nous devons avoir une fréquence de coupure telle que:

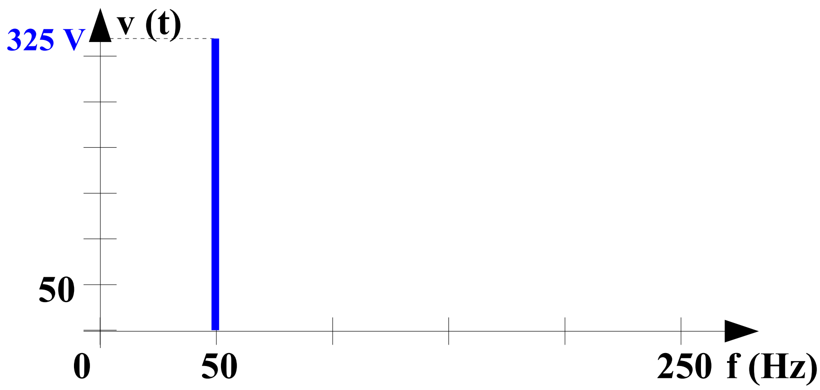
$$\mathbf{50 \quad Hz < f_c < 250 \quad Hz}$$



3. Le spectre en amplitude de la sortie est alors représenté ci-contre:

L'amplitude est:

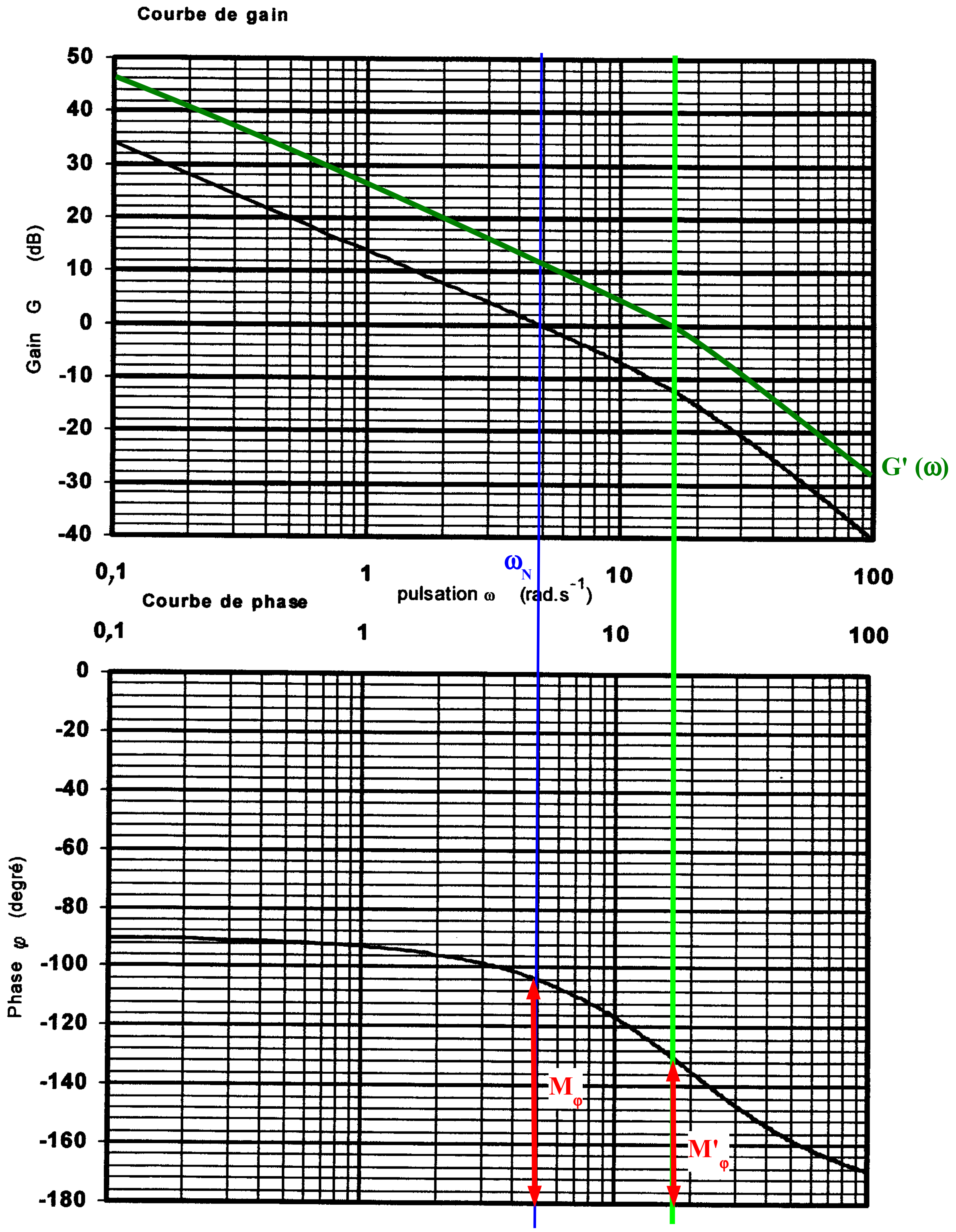
$\hat{U}_{secours} = m \cdot \hat{V}_1 \simeq \mathbf{325 \quad V}$



DOCUMENT - REPONSE 2 *A RENDRE AVEC LA COPIE*

PROBLEME* : *ROBOT DE MANUTENTION.

Diagrammes de Bode en boucle ouverte



DOCUMENT- REPONSE 3 — *A RENDRE AVEC LA COPIE*

PROBLEME : ROBOT DE MANUTENTION.

Figure 1

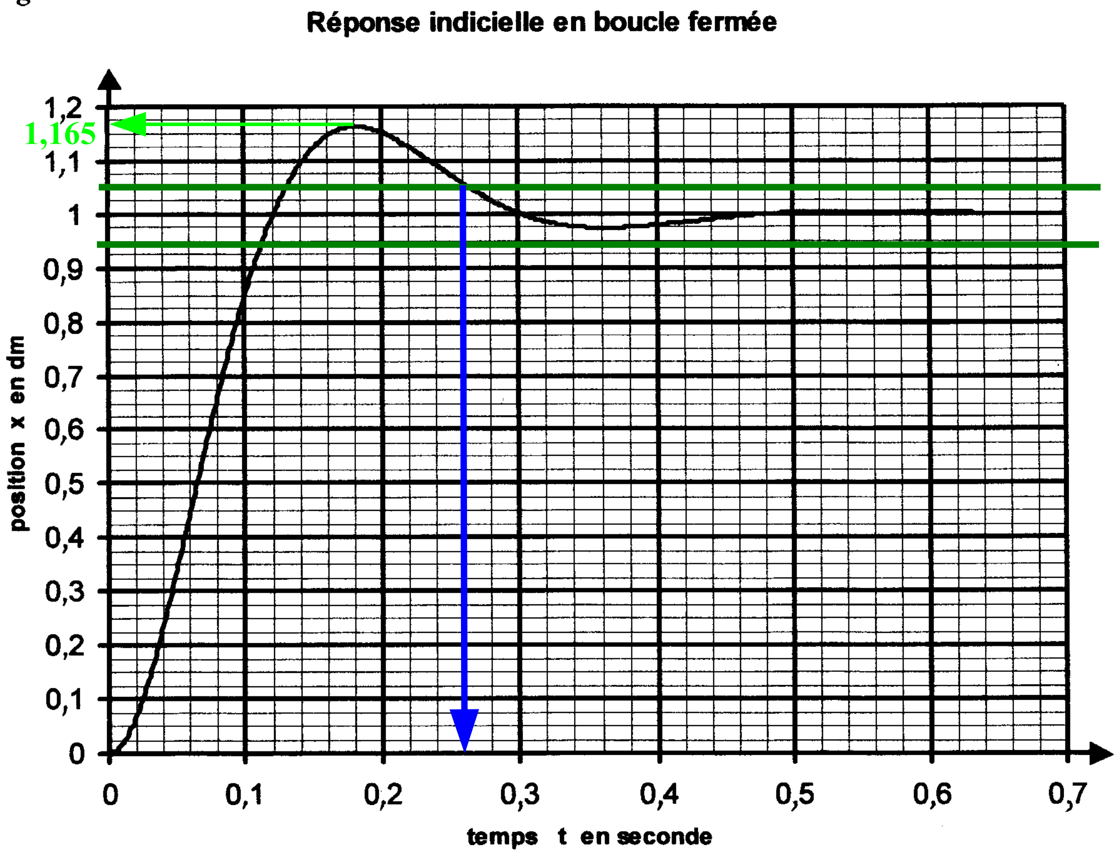


Figure 2